

Mestrado em Contabilidade, Fiscalidade e Finanças Empresariais
ISEG – Instituto Superior de Economia e Gestão
Universidade de Lisboa

Análise de Investimentos

José Eduardo Correia
Jose.correia@iseg.ulisboa.pt

2022/23

Valor Temporal do Dinheiro

Se investir €10.000 a uma taxa de juro de 5%, daqui a um ano terá €10.500

€ 500 será o juro ($€10.000 \times 0,05$)

€10.000 será o reembolso ($€10.000 \times 1$)

€10.500 será o total. Pode ser calculado da seguinte forma:

$$€10.500 = € 10.000 \times (1,05)$$

Ao valor total no final do investimento, designa-se por Valor Futuro (VF).

Valor Futuro

No caso de ser um período, a formula para o Valor Futuro (VF), pode ser escrita como:

$$VF = C_0 \times (1 + i)^n$$

Onde C_0 é o valor hoje (período zero), i é a taxa de juro, e n é igual ao período.

Valor Atual

Se uma pessoa tiver direito a receber daqui a um ano €10.000, a uma taxa de 5%, o Valor Atual será de €9.523,81.

$$€9.523,81 = \frac{€10.000}{1,05}$$

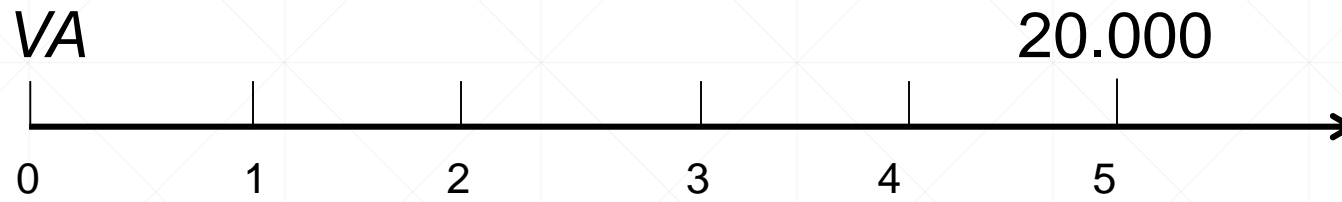
O Valor Actual pode ser escrito como:

$$VA = \frac{C_1}{1 + i}$$

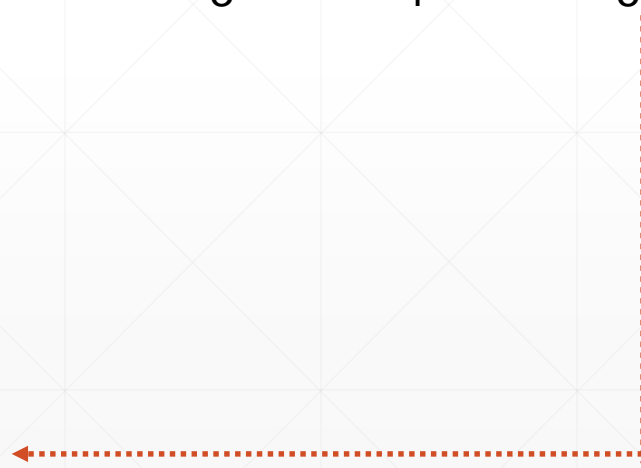
Valor Futuro com vários períodos



Valor Atual com vários períodos



$$€9.943,53 = \frac{€20.000}{1,15^5}$$



CONCEITOS FUNDAMENTAIS DE CÁLCULO FINANCEIRO

Capitalização

As empresas obtêm rendimentos que vão aplicar de dois modos:

- ✓ uma parte, no consumo, adquirindo os bens e serviços necessários à satisfação das suas necessidades;
- ✓ a parte restante, na poupança, que pode ter dois destinos: entesouramento ou investimento;

Se o rendimento for entesourado, mantém-se sob a forma de moeda, ou seja, capital monetário improdutivo.

Se o rendimento for investido, o capital monetário torna-se produtivo, podendo o investimento revestir duas formas:

- ✓ se for aplicado em qualquer atividade económica, produzindo um lucro (de momento incerto), o capital monetário transforma-se em Capital Económico;
- ✓ se for aplicado em qualquer atividade financeira, produzindo um juro (de montante certo), o capital monetário transforma-se em Capital Financeiro.

O investimento financeiro traduz-se na aplicação de recursos monetários, na expectativa de obter, em contrapartida, um benefício - o *juro*.

Pode-se então concluir que o juro é a remuneração do capital investido, ou seja, a importância recebida como retribuição, pela pessoa que cede o direito de utilização de determinado capital a outra pessoa.

O processo pelo qual um capital inicial produz juros, num determinado período de tempo, denomina-se *Processo de Capitalização*.

Processo de Capitalização:

Capital Acumulado = Capital Inicial + Juros

$$C_n = C_0 + J$$

$$C_n = C_0 \times (1 + i)$$

Exemplo:

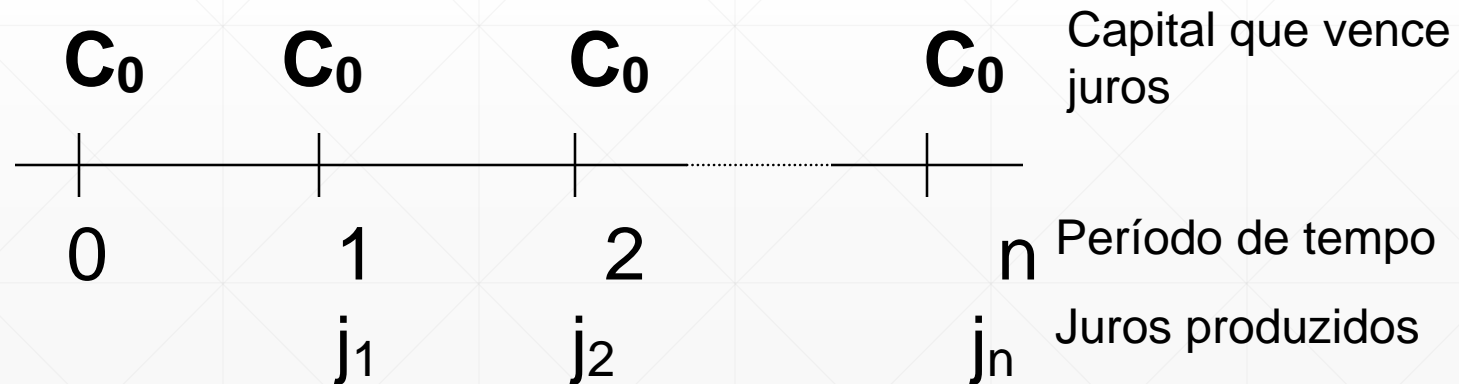
Uma empresa que aplique num depósito a prazo (um ano), 1 000 euros, se negociar uma taxa de 3%, terá ao fim de um ano 1 030 euros [$1\ 000 \times (1 + 0,03) = 1\ 030$]

REGIME DE JURO SIMPLES

Regime de Juro Simples:

Os juros produzidos em cada período são excluídos do processo de capitalização. O capital que vence juros é constante ao longo do processo.

Esquemáticamente teremos:



Regime de Juro Simples (continuação):

Assim ao fim do primeiro período o juro produzido é dado por:

$$j_1 = C_0 \times i, \quad \text{em que } i \text{ é a taxa de juro do período}$$

Como j_1 sai do processo de capitalização, o capital que vence juros durante o segundo período é também C_0 :

$$j_2 = C_0 \times i$$

e por analogia teremos para cada período n qualquer:

$$j_n = C_0 \times i, \quad \text{então, o Juro total será igual:}$$

$$\mathbf{J = n \times C_0 \times i}$$

Exemplo:

Um capital de 500.000€ foi aplicado durante 3 anos, em regime de juro simples à taxa anual de 3%.

- a) Calcular o juro vencido em cada ano
- b) Calcular o total de juros vencidos

Resolução:

a) $j_1 = C_0 \times i \Leftrightarrow j_1 = 500 \times 3\% = 15$ euros

Como o juro sai do processo de capitalização, o juro produzido no 2º e 3º ano são precisamente iguais (15 euros em cada ano).

b) $J = n \times C_0 \times i \Leftrightarrow J = 3 \times 500 \times 3\% = 45$ euros

Exercício:

A empresa “*PME, Lda*”, aplicou no BAA a quantia de 1.200.000\$00 num depósito a prazo a 5 anos. A “*PME, Lda*”, escolheu como processo de capitalização o regime de juro simples. A taxa acordada foi de 3% ao ano.

Pretende-se que:

- a) Calcule o juro vencido em cada ano
- b) Calcule o total de juros vencidos

REGIME DE JURO COMPOSTO

Regime de Juro Composto:

Os juros produzidos em cada período não são excluídos do processo de capitalização.

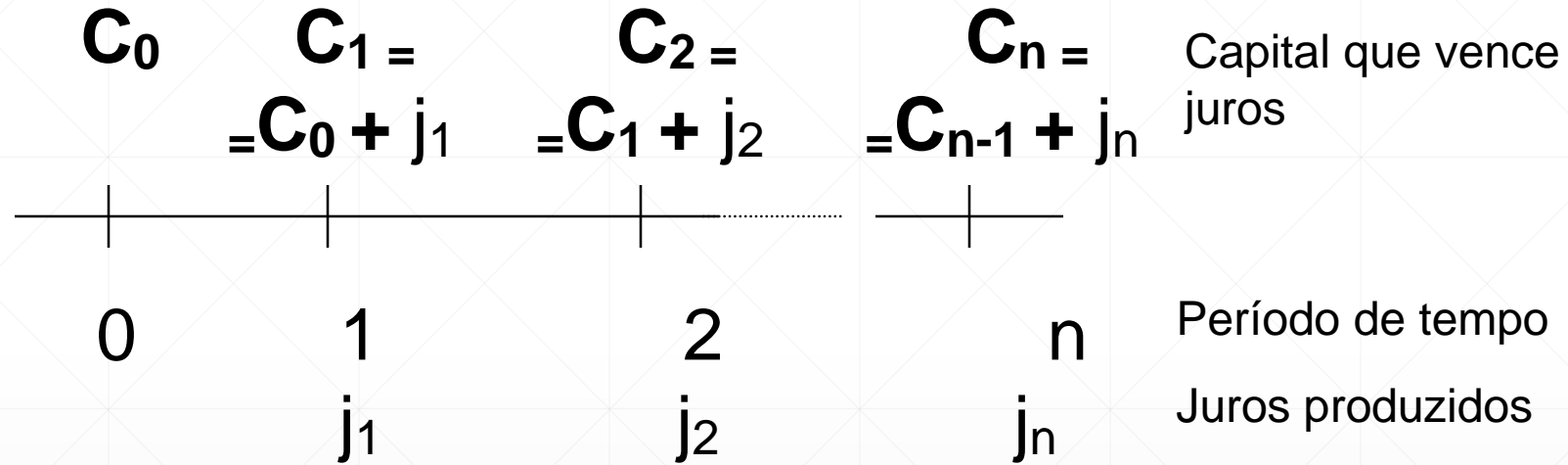
Estes juros são adicionados ao capital vencendo também juros nos períodos seguintes.

O capital que vence juros ao longo do processo de capitalização não é constante, como no caso do regime de juro simples.

O capital vai aumentando sucessivamente ao longo do tempo (pelo efeito de adição no fim de cada período do juro produzido nesse período respectivamente).

Regime de Juro Composto (continuação):

Esquemáticamente teremos:



Regime de Juro Composto (continuação):

Assim ao fim do primeiro período o juro produzido é dado por:

$$j_1 = C_0 \times i, \quad \text{em que } i \text{ é a taxa de juro do período}$$

Como j_1 não sai do processo de capitalização, o capital que vence juros durante o segundo período é $C_0 + j_1$:

$$C_1 = C_0 + j_1 = C_0 \times (1 + i)$$

O juro produzido no 2º período de tempo é dado por:

$$j_2 = C_1 \times i = C_0 \times (1 + i) \times i$$

e o juro produzido no 3º período de tempo é dado por:

$$j_3 = C_2 \times i = C_0 \times (1 + i)^2 \times i$$

Regime de Juro Composto (continuação):

Por dedução matemática, para cada período n qualquer que seja, o juro produzido é dado pela seguinte equação:

$$j_n = C_0 \times (1 + i)^{n-1} \times i$$

O capital acumulado ao fim de cada período é dado pela expressão:

$$C_n = C_0 \times (1 + i)^n$$

Regime de Juro Composto (continuação):

Sendo o juro o acréscimo sofrido por um capital quando aplicado durante um certo período de tempo, o montante de juros produzidos durante n períodos de aplicação será portanto:

$$\begin{aligned} J &= C_n - C_0 \\ &= C_0 \times (1 + i)^n - C_0 \\ &= C_0 \times [(1 + i)^n - 1] \end{aligned}$$

Exemplo:

Um capital de 500.000€ foi aplicado durante 3 anos, em regime de juro composto à taxa anual de 3%.

- a) Calcular o juro vencido em cada ano
- b) Qual o capital acumulado ao fim de cada período
- c) Calcular o total de juros vencidos

Resolução:

a) e b) Como a taxa de 3% é anual, cada ano é um período de aplicação:

$$j_1 = C_0 \times i \Leftrightarrow j_1 = 500 \times 3\% = 15 \text{ euros}$$

Como o juro não sai do processo de capitalização, o capital ao fim do primeiro período é dado por:

$$C_1 = C_0 + j_1 \Leftrightarrow C_1 = 500 + 15 = 515 \text{ euros}$$

O juro produzido no segundo período é dado por:

$$j_2 = C_1 \times i \Leftrightarrow j_2 = 515 \times 3\% = 15,45 \text{ euros, e}$$

$$C_2 = C_1 + j_2 \Leftrightarrow C_2 = 515 + 15,45 = 530,45 \text{ euros}$$

Resolução (continuação):

O juro produzido no terceiro período é dado por:

$$j_3 = C_2 \times i \Leftrightarrow j_3 = 530,45 \times 3\% = 15,9135 \text{ euros, e}$$

$$C_3 = C_2 + j_3 \Leftrightarrow C_2 = 530,45 + 15,9135 = 546,3635 \text{ euros}$$

c) Os juros produzidos ao longo do tempo de aplicação são:

$$J = C_n - C_0 = C_3 - C_0 = 546,3635 - 500 = 46,3635$$

Não tendo calculado C , teríamos:

$$\begin{aligned} J &= C_0 \times [(1 + i)^3 - 1] \\ &= 500 \times [(1 + 0,03)^3 - 1] = 46,3635 \end{aligned}$$

Exercício:

A empresa “*PME, Lda*”, aplicou no BAA a quantia de 1.000.000€ num depósito a prazo a 4 anos. A “*PME, Lda*”, escolheu como processo de capitalização o regime de juro composto. A taxa acordada foi de 3% ao ano.

Pretende-se que:

- a) Calcule o juro vencido em cada ano
- b) Qual o capital acumulado ao fim de cada período
- c) Calcule o total de juros vencidos

Equivalência de taxas

Taxas Equivalentes

Duas taxas:

- i (taxa do período maior) e
- i' (taxa do período menor)

referentes a **períodos diferentes**, dizem-se equivalentes, quando aplicadas a um mesmo capital produzirem, durante o mesmo prazo de tempo, o mesmo valor acumulado.

Taxas Equivalentes em RJS

- Sendo:
 - i = taxa do período maior
 - i' = taxa do período menor
 - m = Período da taxa maior / Período taxa da taxa menor

$$i = i' \times m$$

$$i' = i/m$$

Taxas Equivalentes em RJS

- Determine a taxa trimestral equivalente à taxa anual de 8%:

$$i' = i/m$$

$$i = 8\%$$

$$m = 4$$

$$i' = 0,08/4 = 2\%$$

Taxas Equivalentes em RJC

- Sendo:
 - i = taxa do período maior
 - i' = taxa do período menor
 - m = Período da taxa maior / Período taxa da taxa menor

$$i = (1+i')^m - 1$$

$$i' = (1+i)^{(1/m)} - 1$$

Taxas Equivalentes em RJC

- Determine a taxa trimestral equivalente à taxa anual de 8%:

$$i' = (1+i)^{(1/m)} - 1$$

$$i = 8\%$$

$$m = 4$$

$$i' = (1+0,08)^{1/4} - 1 = 1,94\%$$

Rendas

Uma renda é definida como uma sucessão de capitais que vencem periodicamente ao longo do tempo.

Ao intervalo de tempo entre cada vencimento, isto é, o tempo que vai de um vencimento de capital até ao vencimento imediatamente a seguir, denomina-se *período da renda*.

Cada um dos capitais que se vence periodicamente é o *termo da renda*.

Renda temporária inteira constante imediata

Quando os termos são constantes e em número finito, o seu período coincide com o período da taxa de juro e o primeiro termo se vence um período após a negociação.

Em vez de renda imediata, também se pode dizer, normal ou postecipada.

Valor Actual

Ao cálculo do valor actual de uma renda com n termos iguais à unidade, à taxa i vamos atribuir a designação de $a_{\overline{n}|i}$ em que n é o número de termos e i a taxa de juro.

Renda temporária inteira constante imediata

Teremos portanto:

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$

E o Capital em dívida inicial será igual a:

$$C = T \cdot a_{\overline{n}|i}$$

em que T representa a prestação a pagar periodicamente.

Renda temporária inteira constante imediata

Exemplo do Valor Actual:

Uma empresa adquire uma máquina por 1.000 euros. Negociou um empréstimo no mesmo valor por 48 meses à taxa de 1% ao mês.

a) Calcule o valor da prestação a pagar por mês

$$C = T \cdot a_{\overline{n}|i}$$

$$1000 = T \frac{1 - (1 + 0,01)^{-48}}{0,01}$$

$$T = 26,33384$$

Renda temporária inteira constante imediata

Valor Acumulado

Ao cálculo do valor acumulado de uma renda com n termos iguais à unidade, à taxa i vamos atribuir a designação de $s_{\overline{n}|i}$ em que n é o número de termos e i a taxa de juro.

Teremos pois:

$$s_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Renda temporária inteira constante imediata

Exemplo do Valor Acumulado:

Para liquidação de equipamento adquirido, uma empresa, estabeleceu com o vendedor o pagamento em 3 prestações de 500 euros cada, incluindo juros à taxa de 12% ao ano.

a) Quanto deveria a empresa pagar se pretendesse liquidar o valor total do equipamento no fim do terceiro ano.

$$C = T \cdot s_{\overline{n}|i}$$

$$C = 500 \times \frac{(1 + 0,12)^3 - 1}{0,12}$$

$$C = 500 \times 3,3744 = 1687,2$$